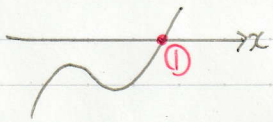
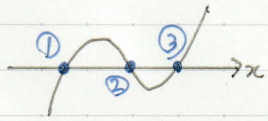
2021 学習院大学 法学部 [2]

考え方

"ちょうど2つの実数解"ってどういうこと？
→ 3次関数がx軸と2点だけで交わる、または接する。

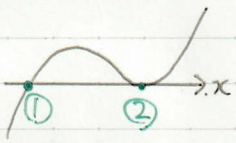


1点でしか交わらない
⇒実数解は1つ



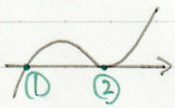
3点で交わる
⇒実数解は3つ

2点だけで交わるということは、
1ヶ所は必ず接する
つまり重解を持つということ。



$f(x)=x^3+(a+2)x^2-4a$ とおくと、$f(m)=0$ となるものは、解になる。
見当をつけようとすると、$-4a$ の定数項を消すために x に $x=2,-2$ を代入してみたい。
$x=-2$ を代入すると、$f(-2)=-8+4(a+2)-4a=0$ となり $x=-2$ は1つの解になる。

$x=-2$ が①、②のどちらになるのかを、場合分けする必要がある。
十分性のチェックを忘れずに。



解答

$f(x)=x^3+(a+2)x^2-4a$ とおくと、$f(-2)=-8+4(a+2)-4a=0$ より
$x=-2$ は方程式の1つの解である。
よって右の組立除法より $f(x)=(x+2)(x^2+ax-2a)$ と因数分解できる。

	1	$a+2$	0	$-4a$
-2		-2	$-2a$	$4a$
	1	a	$-2a$	0

ここで $g(x)=x^2+ax-2a$ として、場合分けする。

(i) $g(x)=0$ の解の1つが $x=-2$ のとき
$g(-2)=4-2a-2a=0$
$-4a=-4$
$a=1$

(ii) $g(x)=0$ の解が重解をもつとき
判別式 $D=a^2-4(-2a)=a^2+8a=0$
$a(a+8)=0$
$a=0,-8$

よって(i)(ii)より
求めるaは、$a=-8,0,1$

$a=0$ のとき、
$f(x)=x^3+2x^2$
$=x^2(x+2)$ で $x=0$ が重解

$a=-8$ のとき
$f(x)=x^3-6x^2+32$
$=(x+2)(x-4)^2$ で $x=4$ が重解

KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-836BT 6 mm ruled×36 lines