

2018 立命館大学 (文系) Ⅰ (3)

考え方
(前半)

“異なる2つの実数解” とおたら、まずは判別式 $D > 0$ を使います。
 ただし、これは2次方程式の x に使えるが、 x^2 の係数が0になる場合
 (すなわち $a=0$) の時は除外しなければなりません。
 実際 $a=0$ のとき、 $7x-7=0$ $x=1$ で実数解は1つの x に至ります。

解答
(前半)

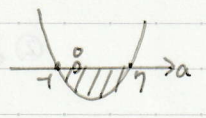
$a=0$ のとき 方程式は $7x-7=0 \Leftrightarrow x=1$ となり、実数解は1つの x となり、
 $a \neq 0$ のとき 方程式の判別式を D とすると、 $D > 0$ にならねばよい。

$$D = (a+7)^2 - 4a(2a-7) = a^2 + 14a + 49 - 8a^2 + 28a$$

$$= -7a^2 + 42a + 49 > 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a - 7 < 0$$

$$\Leftrightarrow (a+1)(a-7) < 0$$




よ、 $a \neq 0$ であるから、求める範囲は $-1 < a < 0, 0 < a < 7$

Point 2次方程式の
解の配置

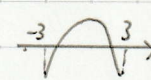
- ① 判別式
- ② 軸の位置
- ③ 端点の条件

考え方
(後半)

$a > 0, a < 0$ によつて、グラフの形状が異なるため、場合分けが必要を。

$a > 0$ のとき  とする場合は ok.
 $\left. \begin{array}{l} -3 < \text{軸の位置} < 3 \\ f(-3) > 0 \text{ かつ } f(3) > 0 \end{array} \right\}$

$f(3) = 14(a+1), f(-3) = 8a-28$, 軸は平方完成。
 判別式は前半で解いて、この共通範囲を求めればよさそう。

$a < 0$ のとき  前半で $a < 0$ のときは $-1 < a < 0$ のため、
 $f(3) = 14(a+1) > 0$ になることが \times 。

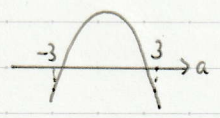
解答
(後半)

$f(x) = ax^2 + (a+7)x + 2a-7$ とおくと、
 $f(3) = 9a + 3(a+7) + 2a-7 = 14a+14 = 14(a+1)$
 $f(-3) = 9a - 3(a+7) + 2a-7 = 8a-28$

また、 $f(x) = a \left(x + \frac{a+7}{a} \right)^2 - \frac{(a+7)^2}{4a} + 2a-7$
 $= a \left(x + \frac{a+7}{2a} \right)^2 - \frac{(a+7)^2}{4a} + 2a-7$

よ、グラフの軸は $x = -\frac{a+7}{2a}$ である。

(i) $-1 < a < 0$ のとき、
 $f(3) = 14(a+1)$ であり



$-1 < a < 0$ ならば $14(a+1) > 0$ であるから、 $f(3) > 0$ である。グラフが上に凸であるから、1つの解は $x > 3$ となる。
 少なくとも1つの解は $-3 < x < 3$ の範囲には存在しないため、不適である。