No.

Date

2001 静岡大学（農・教育） 2

(1) 考え方　1の3乗根 ω をみたら、まず性質を思い出しましょう。
$\omega^2+\omega+1=0$ だから $\omega^2+\omega=-1$ とすぐ出ます。

Point 1の3乗根 ω の性質
$\omega^3=1$
$\omega^2+\omega+1=0$

(1) 解答
$$\omega^3-1=(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0$$
$\omega\neq1$ より $\omega-1$ で割ると、$\omega^2+\omega+1=0$　∴ $\omega^2+\omega=\underline{-1}$

(2) 考え方　等式の右辺を展開しましょう。(1)の $\omega^2+\omega=-1$ と $\omega^3=1$ が上手く使えそう。

(2) 解答　$(x+a\omega+b\omega^2)(x+a\omega^2+b\omega)$
$=x^2+a\omega x+b\omega^2x+a\omega^2x+a^2\omega^3+ab\omega^4+b\omega x+ab\omega^2+b^2\omega^3$
$=x^2+ax(\omega+\omega^2)+bx(\omega+\omega^2)+a^2+b^2+ab(\omega+\omega^2)$
$=x^2-ax-bx+a^2+b^2-ab=x^2-(a+b)x+(a^2+b^2-ab)$ であるから
(左辺) $=(x+a+b)\{x^2-(a+b)x+(a^2+b^2-ab)\}$
$=x^3+ax^2+b^2-(a+b)x^2-(a+b)ax-(a+b)bx+(a^2+b^2-ab)x+(a^2+b^2-ab)a+(a^2+b^2-ab)b$
$=x^3-3abx+a^3+b^3=$ (右辺) となり示された■

(3) 考え方　(2)の式を使うと、$\begin{cases}a^3+b^3=6\\ ab=2\end{cases}$ となる a, b を求めれば、(2)の右辺が因数分解されている形だから x は求められそう。一旦 $a+b$ を出してみる。$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
$=(a+b)^3-6(a+b)=6$

$X^3-6X-6=0$ ⇒ 求めたい形に似てて結局わからんます…
⇒ a^3 と b^3 が解になる2次方程式の解と係数の関係を使おう
$\begin{cases}a^3+b^3=6\\ a^3b^3=(ab)^3=8\end{cases}$ より a^3, b^3 は $X^2-6X+8=0$ の2解。$(X-2)(X-4)=0$ より
$(a^3, b^3)=(2, 4), (4, 2)$ つまり $(a, b)=(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}), (\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2})$
(2)の式は a, b で対称性があるから入れかえ考えなくてよさそう。

(3) 解答　(2)より $\begin{cases}a^3+b^3=6\\ ab=2\end{cases}$　ここで a^3, b^3 が2解の2次方程式を考えると、$a^3b^3=(ab)^3=8$ より解と係数の関係から a^3, b^3 は $X^2-6X+8=0$ の2解すなわち $X=2, 4$ より
$(a^3, b^3)=(2, 4), (4, 2)$ であり $(a, b)=(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}), (\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2})$ である。
(2)より $x^3-6x+6=x^3-3ab+a^3+b^3=(x+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})(x+\sqrt[3]{2}\omega+\sqrt[3]{4}\omega^2)(x+\sqrt[3]{4}\omega+\sqrt[3]{2}\omega^2)$ であるから

$x=\underline{-\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}}, \underline{-\sqrt[3]{2}\omega-\sqrt[3]{4}\omega^2}, \underline{-\sqrt[3]{4}\omega-\sqrt[3]{2}\omega^2}$ の3つである。

KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-836BT 6 mm ruled×36 lines