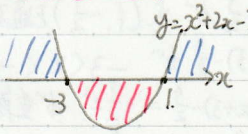
2020 東京都立大学（文系） 3

Point 絶対値の外し方

$A \geqq 0$ のとき $|A| = A$
$A < 0$ のとき $|A| = -A$

(1) 考え方. 絶対値は場合分けして、そのまま外すか、−をつけて外す.
$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$ だから、
右のグラフから、



㋐ $x \leqq -3$, $1 \leqq x$ のとき
$|x^2+2x-3| = x^2+2x-3$

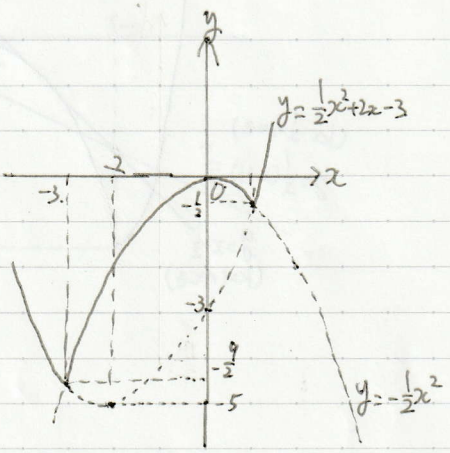
㋑ $-3 < x < 1$ のとき $|x^2+2x-3| = -(x^2+2x-3)$ ㋐、㋑の場合分けでグラフを書く.

(1) 解答. $|x^2+2x-3| = |(x+3)(x-1)|$ より、以下のように場合分けする.

(i) $x \leqq -3$, $1 \leqq x$ のとき、
$f(x) = \frac{1}{2}(x^2+2x-3)+x-\frac{3}{2} = \frac{1}{2}x^2+2x-3 = \frac{1}{2}(x^2+4x+4)-5 = \frac{1}{2}(x+2)^2-5$.

(ii) $-3 < x < 1$ のとき、
$f(x) = -\frac{1}{2}(x^2+2x-3)+x-\frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x^2$

(i)(ii) より $y=f(x)$ のグラフは右のようになる.

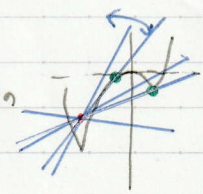


---

(2) 考え方.
• まず定数 k が出てきたら考えたいのが、定数分離.
$f(x) = k(x+3)-\frac{5}{2}$ として.
(1)(i) のときは $\frac{1}{2}x^2+2x-3 = k(x+3)-\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{2} = k(x+3)$
$x \neq -3$ のとき $\frac{\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{2}}{x+3} = k$ …？
分数関数になり、数Ⅲの知識がないと難しそう ⇒ 一旦他の方法を探す.

• 次に考えたいのが定点. $y = k(x+3)-\frac{5}{2}$ は k の値によらず、一定の点をとる.
⇒ k が関係ないようにするには、$k \times \square = 0$ になればよい. つまり $\square = 0$.
すなわち $x=-3$ のとき $y=-\frac{5}{2}$ になる. つまり $\left(-3, -\frac{5}{2}\right)$ という点は、
k の値が何であれ通る点である.

(1) のグラフがこんなの
• が定点.



• 中心の時計の針が回るイメージ
グラフに接するとき、その点前後で共有点の個数が変わる.
⇒ 接する点があるときの k の前後を調べるとok.

KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-836BT 6 mm ruled×36 lines